इकाई 7

बीजीय व्यंजक, सर्वसमिकाएँ और गुणनखंडन

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

(i) बीजीय व्यंजक

- चरों और अचरों के गुणनफल से **पद** बनते हैं, जैसे $-3xy$, $2xyz$, $5x^2$, इत्यादि।
- व्यंजकों को बनाने के लिए पदों को जोड़ा जाता है, जैसे $-2xy + 5x^2$।
- वे व्यंजक जिनमें ठीक एक, दो और तीन पद हों क्रमशः **एकपदी, द्विपदी** और **त्रिपद** कहलाते हैं।
- व्यापक रूप में, एक या अधिक पदों वाला कोई भी व्यंजक जिसमें चर के घातांक केवल ऋणेतर पूर्णांक हों, एक **बहुपद** कहलाता है।
- **समान पद** समान-चरों से बनते हैं तथा इन चरों की घातें भी समान होती हैं। परंतु समान पदों के गुणांक समान होना आवश्यक नहीं है।
- अनेक स्थितियों में, हमें बीजीय व्यंजकों को गुणा करने की आवश्यकता पड़ती है, जैसे कि आयत, त्रिभुज आदि के क्षेत्रफल ज्ञात करने में।
- दो बीजीय व्यंजकों का गुणनफल पुनः एक बीजीय व्यंजक होता है।
- एक एकपदी को अन्य एकपदी से गुणा करने पर सदैव एक एकपदी प्राप्त होता है।
- एक बहुपद को एक एकपदी से गुणा करने के लिए, हम बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से गुणा करते हैं और वितरण गुण $a(b + c) = ab + ac$ का प्रयोग करते हैं।
- एक बहुपद को एक द्विपद (या त्रिपद) से गुणा करने के लिए, हम उन्हें पदों के अनुसार गुणा करते हैं, अर्थात् बहुपद के प्रत्येक पद को द्विपद (या त्रिपद) के प्रत्येक पद से गुणा किया जाता है और फिर वितरण गुण का प्रयोग किया जाता है।

- एक **सर्वसमिका** वह समिका है जो अपने सभी चरों के मानों के लिए सत्य होती है।
- एक समीकरण अपने चरों के केवल कुछ मानों के लिए ही सत्य होती है।
- कुछ मानक सर्वसमिकाएँ –

 (i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

 (ii) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

 (iii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

 (iv) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(ii) **गुणनखंडन**

- किसी व्यंजक को दो या अधिक व्यंजकों के गुणनफल के रूप में निरूपित करने को **गुणनखंडन** या **गुणनखंड** करना कहते हैं। इनमें से प्रत्येक व्यंजक दिये हुए व्यंजक का एक गुणनखंड कहलाता है।
- जब हम किसी व्यंजक के गुणनखंड करते हैं, तो हम इसे व्यंजक को इसके गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं। ये गुणनखंड संख्याएँ, बीजीय (या अक्षर) चर या बीजीय व्यंजक हो सकते हैं।
- एक **अखंडनीय गुणनखंड** ऐसा गुणनखंड होता है, जिसके और आगे गुणनखंड न किया जा सके। ऐसे गुणनखंडन को अखंडनीय गुणनखंडन का पूर्ण गुणनखंडन कहते हैं।
- एक गुणनखंड जो सभी पदों में उपस्थित हो, एक सार्व या **उभयनिष्ठ गुणनखंड** कहलाता है।

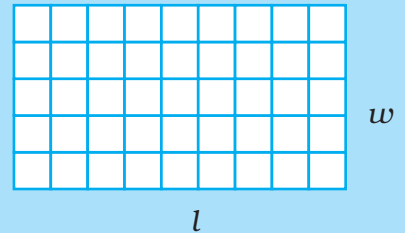
सूत्र एक समीकरण होता है, जो दो या अधिक चरों के बीच किसी संबंध को प्रदर्शित करता है। उदाहरणार्थ, किसी आयत के क्षेत्रफल में वर्ग इकाइयों की संख्या (A) लंबाई में इकाइयों की संख्या (l) तथा चौड़ाई में इकाइयों की संख्या (w) के गुणनफल के बराबर होती है।

अत:, आयत के क्षेत्रफल के लिए सूत्र $A = lw$ है।

$A = lw$

$A = 9 \times 5$

$A = 45$

अत:, क्षेत्रफल 45 वर्ग इकाई या 45 इकाई^2 है।

कभी-कभी, आप दी हुई सूचना का प्रयोग करते हुए किसी सूत्र में चर का मान निकाल सकते हैं। दी गयी आकृति में, लंबाई 9 इकाई तथा चौड़ाई 5 इकाई है।

- वितरण नियम (गुण) का प्रयोग करते हुए, किया गया गुणनखंडन की **सार्व गुणनखंड विधि** कहलाती है।
- कभी-कभी गुणनखंड किये जाने वाले व्यंजक या तो $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2$ या $x^2 + (a + b)\,x + ab$ के रूप के होते हैं या उन्हें इस रूप में रखा जा सकता है। ऐसे व्यंजकों को सरलता से निम्न सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए गुणनखंडित किया जा सकता है –

  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

  $a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$

  $x^2 + (a + b)\,x + ab = (x + a)\,(x + b)$
- एक बहुपद को एक एकपदी से भाग देते समय, हम बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से भाग देते जाते हैं।
- एक बहुपद को एक अन्य बहुपद से भाग देने के लिए, हम प्रत्येक बहुपद के गुणनखंड करते हैं तथा उनमें सार्व या उभयनिष्ठ गुणनखंडों को काट देते हैं।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 4, में चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: निम्न में कौन-सा $24a^2bc$ का समान पद है?

(a) $13 \times 8a \times 2b \times c \times a$ (b) $8 \times 3 \times a \times b \times c$

(c) $3 \times 8 \times a \times b \times c \times c$ (d) $3 \times 8 \times a \times b \times b \times c$

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 2: निम्न में से कौन-सा एक सर्वसमिका है?

(a) $(p + q)^2 = p^2 + q^2$ (b) $p^2 - q^2 = (p - q)^2$

(c) $p^2 - q^2 = p^2 + 2pq - q^2$ (d) $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3 : $3a^3 + 6a$ का अखंडनीय गुणनखंडन है?

(a) $3a\,(a^2 + 2)$ (b) $3\,(a^3 + 2)$

(c) $a\,(3a^2 + 6)$ (d) $3 \times a \times a \times a + 2 \times 3 \times a$

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 4 : $a(b + c) = ab + ac$ दर्शाता है–

(a) क्रमविनिमेय गुण (b) वितरण गुण

(c) सहचारी गुण (d) संवृत गुण

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 5 और 6 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 5 : किसी व्यंजक का उसके गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में निरूपण ________ कहलाता है।

हल गुणनखंडन

उदाहरण 6 : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x +$ ________ है।

हल ab

उदाहरण 7 से 9 में, बताइए कि कथन सत्य है या असत्य –

उदाहरण 7 : एक सर्वसमिका अपने सभी चरों के सभी मानों के लिए सत्य होती है।

हल सत्य

उदाहरण 8 : x^2y और $-xy^2$ में सार्व गुणनखंड xy है।

हल सत्य

उदाहरण 9 : $(3x + 3x^2) \div 3x = 3x^2$ है।

हल असत्य

उदाहरण 10 : सरल कीजिए – (i) $-pqr(p^2 + q^2 + r^2)$

(ii) $(px + qy)(ax - by)$

हल (i) $-pqr(p^2 + q^2 + r^2)$

$= -(pqr) \times p^2 - (pqr) \times q^2 - (pqr) \times r^2$

$= -p^3qr - pq^3r - pqr^3$

(ii) $(px + qy)(ax - by)$

$= px(ax - by) + qy(ax - by)$

$= apx^2 - pbxy + aqxy - qby^2$

यथार्थ जीवन गणित

शक्तिशाली स्थानों में बीजगणित: आप सोच सकते हैं कि बीजगणित एक ऐसा विषय है, जो केवल पुस्तकों में पाया जाता है। परंतु आप बीजगणित को अपने परिवेश में अन्य स्थानों पर भी देख सकते हैं।

क्या आप जानते हैं कि चींटी के रेंगने की चाल और वायु के तापमान के बीच में कोई संबंध होता है? यदि आप कुछ चींटियों को बाहर रेंगते हुए देखते हैं तथा उनके रेंगने का समय ज्ञात कर लेते हैं, तो आप वास्तविक रूप से उस समय के तापमान का आकलन कर सकते हैं। यहाँ एक बीजीय समीकरण दी जा रही है, जो इस संबंध को दर्शाती है:

सेल्सियस में तापमान → t

$$t = 15s + 3$$

s ← चींटी की सेंटीमीटर प्रति सेकेंड में चाल

इसी प्रकार कुछ अन्य स्थान भी हैं जब आपको बीजगणित देखने को मिल सकता है।

जरा सोचिए:

एक विशेष तरह की चींटी की चाल के बारे में आप क्या सोचते हैं?

उदाहरण 11 : उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, निम्न का प्रसारण कीजिए –

(i) $(3x + 7y)\ (3x - 7y)$ (ii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

हल (i) $(3x + 7y)\ (3x - 7y)$

क्योंकि, $(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$ है,

अतः, $(3x + 7y)\ (3x - 7y) = (3x)^2 - (7y)^2$

$= 9x^2 - 49y^2$

(ii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

क्योंकि, $(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ है,

अतः, $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

$$=\left(\frac{4x}{5}\right)^2+\left(\frac{y}{4}+\frac{3y}{4}\right)\times\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\times\frac{3y}{4}$$

$$=\frac{16x^2}{25}+\frac{4y}{4}\times\frac{4x}{5}+\frac{3y^2}{16}$$

$$=\frac{16x^2}{25}+\frac{4xy}{5}+\frac{3y^2}{16}$$

उदाहरण 12 : निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $21x^2y^3 + 27x^3y^2$ (ii) $a^3 - 4a^2 + 12 - 3a$

(iii) $4x^2 - 20x + 25$ (iv) $\frac{y^2}{9} - 9$

(v) $x^4 - 256$

हल (i) $21x^2y^3 + 27x^3y^2$

$= 3 \times 7 \times x \times x \times y \times y \times y + 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y$

$= 3 \times x \times x \times y \times y\ (7y + 9x)$ [$(ab + ac = a(b + c)$ के प्रयोग से)]

$= 3x^2y^2\ (7y + 9x)$

(ii) $a^3 - 4a^2 + 12 - 3a$

$= a^2\ (a - 4) - 3a + 12$

$= a^2\ (a - 4) - 3\ (a - 4)$

$= (a - 4)\ (a^2 - 3)$

(iii) $4x^2 - 20x + 25$

$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + (5)^2$

$= (2x - 5)^2$ (क्योंकि, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$)

$= (2x - 5)\ (2x - 5)$

(iv) $\frac{y^2}{9} - 9$

$= \left(\frac{y}{3}\right)^2 - (3)^2$

यदि आप दो संख्याओं से अपरिचित हों, तो यह कोई समस्या नहीं है। आप दो भिन्न-2 चरों का प्रयोग कर सकते हैं अर्थात् प्रत्येक अज्ञात संख्या के लिए एक।

शब्दों में	संख्याएँ
a और b का योग	$a + b$
v तथा w का गुणनफल	$v \times w$, or vw
q में से p को घटाने पर	$q - p$

आप एक (या एक से अधिक) अज्ञात राशियों वाली स्थितियों को निरूपित करने के लिए दो (या अधिक) चरों वाले व्यंजकों का प्रयोग कर सकते हैं।

चरों से संबद्ध एक समीकरण चरों के सभी मानों के लिए सत्य हो सकती है। उदाहरण के तौर पर $y + y = 2y$ (इस प्रकार की समीकरण को प्राय: सर्वसमिका कहा जाता है।) चर के वह मान ज्ञात करना जिनसे समीकरण सत्य हो, समीकरण का हल करना कहलाता है। अथवा यह समीकरण चर के केवल कुछ विशिष्ट मानों के लिए ही सत्य हो सकती है– उदाहरणार्थ, $2y + 3 = 11$ जो केवल $y = 4$ के लिए ही सत्य है।

$= \left(\frac{y}{3}+3\right)\left(\frac{y}{3}-3\right)$ (क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$)

(v) $x^4 - 256$

$= (x^2)^2 - (16)^2$

$= (x^2 + 16)(x^2 - 16)$ ($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ के प्रयोग से)

$= (x^2 + 16)(x^2 - 4^2)$

$= (x^2 + 16)(x + 4)(x - 4)$ ($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ के प्रयोग से)

उदाहरण 13 : उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न के मान निकालिए –

(i) $(48)^2$ (ii) $181^2 - 19^2$

(iii) 497×505 (iv) 2.07×1.93

हल (i) $(48)^2$

$= (50 - 2)^2$

क्योंकि, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ है,

अतः, $(50 - 2)^2 = (50)^2 - 2 \times 50 \times 2 + (2)^2$

$= 2500 - 200 + 4$

$= 2504 - 200$

$= 2304$

(ii) $181^2 - 19^2 = (181 - 19)(181 + 19)$

[$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ के प्रयोग से]

$= 162 \times 200$

$= 32400$

(iii) $497 \times 505 = (500 - 3)(500 + 5)$

$= 500^2 + (-3 + 5) \times 500 + (-3)(5)$

[$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से]

$= 250000 + 1000 - 15$

$= 250985$

(iv) $2.07 \times 1.93 = (2 + 0.07)(2 - 0.07)$

$= 2^2 - (0.07)^2$

$= 4 - 0.0049$

$= 3.9951$

उदाहरण 14 : सत्यापित कीजिए कि $(3x + 5y)^2 - 30xy = 9x^2 + 25y^2$ है।

हल L.H.S $= (3x + 5y)^2 - 30xy$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 - 30xy$ [Since $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]

$= 9x^2 + 30xy + 25y^2 - 30xy$

$= 9x^2 + 25y^2$

= R.H.S

अतः, सत्यापित हुआ।

उदाहरण 15 : सत्यापित कीजिए कि $(11pq + 4q)^2 - (11pq - 4q)^2 = 176pq^2$ है।

हल $(11pq + 4q)^2 - (11pq - 4q)^2$

$= (11pq + 4q + 11pq - 4q) \times (11pq + 4q - 11pq + 4q)$

[$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 11pq + 4q$ और $b = 11pq - 4q$ है]

$= (22pq)(8q)$

$= 176\ pq^2$

सेल्सियस तापमान को फॉरेनहाइट तापमान में बदलने के लिए, सेल्सियस तापमान $\frac{9}{5}$ ज्ञात कीजिए और उसमें 32 जोड़िए।	$F = \frac{9}{5}C + 32$

यह स्पष्ट रूप से दर्शाता है कि किस प्रकार राशियाँ – सेल्सियस तापमान और फॉरेनहाइट तापमान परस्पर संबंधित हैं और ये आपको सेल्सियस तथा फॉरेनहाइट तापमानों को एक-दूसरे में बदलने में सहायता करता है।

उदाहरण 16 : एक आयत का क्षेत्रफल $x^2 + 12xy + 27y^2$ है तथा इसकी लंबाई $(x + 9y)$ है। आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल चौड़ाई $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लंबाई}}$

$$= \frac{x^2 + 12xy + 27y^2}{(x + 9y)}$$

$$= \frac{x^2 + 9xy + 3xy + 27y^2}{(x + 9y)}$$

$$= \frac{x(x+9y)+3y(x+9y)}{x+9y}$$

$$= \frac{(x+9y)\,(x+3y)}{(x+9y)}$$

$= (x + 3y)$

उदाहरण 17 : $15\,(y + 3)\,(y^2 - 16)$ को $5\,(y^2 - y - 12)$ से भाग दीजिए।

हल $15\,(y + 3)\,(y^2 - 16)$ के गुणनखंड करने पर, हमें प्राप्त होता है –

$5 \times 3 \times (y + 3)\,(y - 4)\,(y + 4)$

$5\,(y^2 - y - 12)$ के गुणनखंड करने पर, हमें प्राप्त होता है –

$5\,(y^2 - 4y + 3y - 12)$

$= 5\,[y\,(y - 4) + 3\,(y - 4)]$

$= 5\,(y - 4)\,(y + 3)$

अतः, पहले व्यंजक को दूसरे व्यंजक से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है –

$$\frac{15(y+3)\,(y^2-16)}{5(y^2-y-12)}$$

$$= \frac{5\times3\times(y+3)(y-4)(y+4)}{5\times(y-4)(y+3)}$$

$= 3\,(y + 4)$

उदाहरण 18 : यदि $x+\frac{1}{x}=5$ है, तो उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, $x^2+\frac{1}{x^2}$ का मान निकालिए।

हल दिया है- $x+\frac{1}{x} = 5$

अत :, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 25$

अब, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

[$a = x$ और $b = \frac{1}{x}$ लेकर, सर्वसमिका

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ के प्रयोग से]

$$= x^2 + 2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$$

क्योंकि $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 25$ है, अत: $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25$ हुआ।

या $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23$

उदाहरण 19 : एक उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, $\frac{38^2 - 22^2}{16}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ है, अत:

$$38^2 - 22^2 = (38 - 22)\ (38 + 22)$$

$$= 16 \times 60$$

अत:, $\frac{38^2 - 22^2}{16} = \frac{16 \times 60}{16}$

$$= 60$$

उदाहरण 20 : x का मान ज्ञात कीजिए, यदि

$10000x = (9982)^2 - (18)^2$ है।

हल R.H.S. $= (9982)^2 - (18)^2$

$= (9982 + 18)\ (9982 - 18)$ [क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$]

$= (10000) \times (9964)$

L.H.S. $= (10000) \times x$

L.H.S. और R.H.S. की तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है –

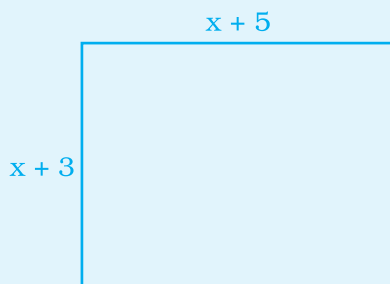
$10000x = 10000 \times 9964$

या $x = \frac{10000 \times 9964}{10000} = 9964$

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

नीचे दी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

x + 5

x + 3

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है?

  ABCD एक आयत है। लंबाई = x + 5 और चौड़ाई = x + 3 है।
- आप क्या ज्ञात करने का प्रयास कर रहे हैं?
- क्या कोई ऐसी सूचना है जिसकी आवश्यकता नहीं है?

  नहीं

योजना बनाइए

- आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई होता है।

हल कीजिए

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$\Rightarrow$ $(x + 5) = (x + 3)$

$\Rightarrow$ $x^2 + (5+3)x + 5\times3$

$\Rightarrow$ $x^2 + 8x + 15$

[सर्वसमिका $(x + a)\ (x + b)$

$= x^2+(a+b)x + ab$ से]

पुनर्निरीक्षण

- उपरोक्त उत्तर की जाँच $(x + 5)$ और $(x + 3)$ का वास्तविक रूप से गुणा करके की जा सकती है।

अब, $(x + 5)\ (x + 3) = x\ (x + 3) + 5\ (x + 3)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$

$= x^2 + 8x + 15$

शब्दावली से संबंध

1. शब्द 'तुल्य' की उत्पत्ति शब्द 'बराबर' (समान) से हुई है। तुल्य व्यंजकों के बारे में आप क्या सोचते हैं?
2. शब्द 'सरल कीजिए' का अर्थ है 'कम जटिल बनाना', किसी व्यंजक को सरल करने से आप क्या अर्थ समझते हैं?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 33 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. एक एकपदी और द्विपद का गुणनफल होता है–

(a) एकपदी (b) द्विपद (c) त्रिपद (d) इनमें से कोई नहीं

2. एक बहुपद में, चरों के घातांक सदैव होते हैं–

(a) पूर्णांक (b) घनात्मक पूर्णांक

(c) ऋणेतर पूर्णांक (d) घनेतर पूर्णांक

3. निम्न में से कौन सही है ?

(a) $(a-b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$ (b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(c) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ (d) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$

4. $-7pq$ और $2pq$ का योग है–

(a) $-9pq$ (b) $9pq$ (c) $5pq$ (d) $-5pq$

5. यदि हम $-3x^2y^2$ को x^2y^2 में से घटाएँ, तो हमें प्राप्त होता है–

(a) $-4x^2y^2$ (b) $-2x^2y^2$ (c) $2x^2y^2$ (d) $4x^2y^2$

6. $4m^3n^2$ जैसा समान पद है–

(a) $4m^2n^2$ (b) $-6m^3n^2$ (c) $6pm^3n^2$ (d) $4m^3n$

7. निम्न में से कौन-सा एक द्विपद है?

(a) $7 \times a + a$ (b) $6a^2 + 7b + 2c$

(c) $4a \times 3b \times 2c$ (d) $6(a^2 + b)$

8. $a - b + ab$, $b + c - bc$ और $c - a - ac$ का योग है–

(a) $2c + ab - ac - bc$ (b) $2c - ab - ac - bc$

(c) $2c + ab + ac + bc$ (d) $2c - ab + ac + bc$

9. एक पदियों $4p$, $-7q^3$ और $-7pq$ का गुणनफल है–

(a) $196\, p^2q^4$ (b) $196\, pq^4$ (c) $-196\, p^2q^4$ (d) $196\, p^2q^3$

10. '$4ab$' और चौड़ाई '$6b^2$' वाले आयत का क्षेत्रफल है–

(a) $24a^2b^2$ (b) $24ab^3$ (c) $24ab^2$ (d) $24ab$

11. लंबाई = $2ab$, चौड़ाई = $3ac$ और ऊँचाई = $2ac$ वाले एक आयताकार डिब्बे (घनाभ) का आयतन है–

(a) $12a^3bc^2$ (b) $12a^3bc$ (c) $12a^2bc$ (d) $2ab + 3ac + 2ac$

12. $6a^2 - 7b + 5ab$ और $2ab$ का गुणनफल है–

(a) $12a^3b - 14ab^2 + 10ab$ (b) $12a^3b - 14ab^2 + 10a^2b^2$

(c) $6a^2 - 7b + 7ab$ (d) $12a^2b - 7ab^2 + 10ab$

13. $3x - 4y$ का वर्ग है–

(a) $9x^2 - 16y^2$ (b) $6x^2 - 8y^2$

(c) $9x^2 + 16y^2 + 24xy$ (d) $9x^2 + 16y^2 - 24xy$

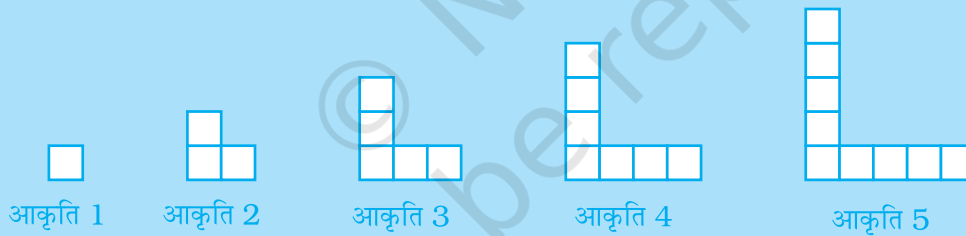
ये पाँच आकृतियाँ एक पैटर्न बनाते हैं।

आकृति 1

आकृति 2

आकृति 3

आकृति 4

आकृति 5

1. निम्न सारणी की प्रतिलिपि बनाइए तथा प्रत्येक आकृति का परिमाप ज्ञात करने के लिए इस सारणी को पूरा कीजिए। उपरोक्त आकृतियों में प्रत्येक वर्ग की भुजा एक इकाई है।

आकृति	1	2	3	4	5
परिमाप					

2. बिना चित्र खींचे हुए, बताइए कि छठी आकृति किस प्रकार की दिखायी देगी और उसके परिमाप का अनुमान लगाइए।

3. यदि आप इस पैटर्न को जारी रखें, तो 35 वीं आकृति का परिमाप क्या होगा?

4. स्पष्ट कीजिए कि प्रत्येक आकृति का परिमाप अपनी आकृति संख्या से किस प्रकार संबंधित है।

5. आकृति संख्या के लिए चर n का तथा परिमाप के लिए P का प्रयोग करते हुए उपरोक्त प्रश्न 4 निहित संबंध के लिए एक समीकरण लिखिए।

14. निम्न में से कौन-सा समान पद है?

(a) $5xyz^2, -3xy^2z$ (b) $-5xyz^2, 7xyz^2$

(c) $5xyz^2, 5x^2yz$ (d) $5xyz^2, x^2y^2z^2$

15. पद $\frac{-y}{3}$ में y का गुणांक है–

(a) -1 (b) -3 (c) $\frac{-1}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

16. $a^2 - b^2$ बराबर है–

(a) $(a-b)^2$ (b) $(a-b)(a-b)$

(c) $(a+b)(a-b)$ (d) $(a+b)(a+b)$

17. $17abc$, $34ab^2$ और $51a^2b$ में सार्व गुणनखंड है–

(a) $17abc$ (b) $17ab$ (c) $17ac$ (d) $17a^2b^2c$

18. $9x - 7xy$ का वर्ग है–

(a) $81x^2 + 49x^2y^2$ (b) $81x^2 - 49x^2y^2$

(c) $81x^2 + 49x^2y^2 - 126x^2y$ (d) $81x^2 + 49x^2y^2 - 63x^2y$

19. $23xy - 46x + 54y - 108$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(23x + 54)(y - 2)$ (b) $(23x + 54y)(y - 2)$

(c) $(23xy + 54y)(-46x - 108)$ (d) $(23x + 54)(y + 2)$

20. $r^2 - 10r + 21$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(r-1)(r-4)$ (b) $(r-7)(r-3)$

(c) $(r-7)(r+3)$ (d) $(r+7)(r+3)$

21. $p^2 - 17p - 38$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(p-19)(p+2)$ (b) $(p-19)(p-2)$

(c) $(p+19)(p+2)$ (d) $(p+19)(p-2)$

22. $57p^2qr$ को $114pq$ से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है–

(a) $\frac{1}{4}pr$ (b) $\frac{3}{4}pr$ (c) $\frac{1}{2}pr$ (d) $2pr$

23. $p(4p^2 - 16)$ को $4p(p-2)$ से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है–

(a) $2p + 4$ (b) $2p - 4$ (c) $p + 2$ (d) $p - 2$

24. $3ab$ और $2cd$ का सार्व गुणनखंड है–

(a) 1 (b) – 1 (c) a (d) c

25. $24x^2y^2$ का एक अखंडनीय गुणनखंड है–

(a) x^2 (b) y^2 (c) x (d) $24x$

26. $(a + b)^2$ के गुणनखंडों की संख्या है–

(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

27. $3x – 24$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $3x \times 24$ (b) $3 (x – 8)$ (c) $24 (x – 3)$ (d) $3(x – 12)$

28. $x^2 – 4$ के गुणनखंड हैं–

(a) $(x – 2), (x – 2)$ (b) $(x + 2), (x – 2)$

(c) $(x + 2), (x + 2)$ (d) $(x – 4), (x – 4)$

29. $(– 27x^2y) \div (– 9xy)$ का मान है–

(a) $3xy$ (b) $– 3xy$ (c) $– 3x$ (d) $3x$

30. $(2x^2 + 4) \div 2$ का मान है–

(a) $2x^2 + 2$ (b) $x^2 + 2$ (c) $x^2 + 4$ (d) $2x^2 + 4$

31. $(3x^3 +9x^2 + 27x) \div 3x$ का मान है–

(a) $x^2 +9 + 27x$ (b) $3x^3 +3x^2 + 27x$

(c) $3x^3 +9x^2 + 9$ (d) $x^2 +3x+ 9$

32. $(a + b)^2 + (a – b)^2$ का मान है–

(a) $2a + 2b$ (b) $2a – 2b$ (c) $2a^2 + 2b^2$ (d) $2a^2 – 2b^2$

33. $(a + b)^2 – (a – b)^2$ का मान है–

(a) $4ab$ (b) $–4ab$ (c) $2a^2 + 2b^2$ (d) $2a^2 – 2b^2$

प्रश्न 34 से 58 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

34. समान चिह्नों वाले दो पदों का गुणनफल एक ________ पद होता है।

35. असमान चिह्नों वाले दो पदों का गुणनफल एक ________ पद होता है।

36. $a (b + c) = a \times$ ____ $+ a \times$ _____ है।

37. $(a – b)$ (_________) $= a^2 – 2ab + b^2$

38. $a^2 – b^2 = (a + b)$ (_________)

12/04/18

39. $(a-b)^2 +$ ____________ $= a^2 - b^2$

40. $(a+b)^2 - 2ab =$ ____________ + ____________ है।

41. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x +$ ________ है।

42. दो बहुपदों का गुणनफल एक ________ होता है।

43. ax^2 और bx का सार्व गुणनखंड __________ है।

44. $18mn + 10mnp$ का गुणनखंडित रूप ________ है।

45. $4y^2 - 12y + 9$ का गुणनखंडित रूप ________ है।

46. $38x^3y^2z \div 19xy^2$ का मान _________ के बराबर है।

47. लंबाई $2x$, चौड़ाई $3y$ और ऊँचाई $4z$ वाले आयताकार डिब्बे का आयतन _________ है।

48. $67^2 - 37^2 = (67 - 37) \times$ (________) = _________ है।

49. $103^2 - 102^2 =$ (________) $\times (103 - 102) =$ _________ है।

50. भुजाओं $4x^2$ और $3y^2$ वाले एक आयताकार भूमिखंड का क्षेत्रफल __________ है।

51. $l = b = h = 2x$ वाले एक आयताकार डिब्बे का आयतन _________ है।

52. पद $-37abc$ का गुणांक __________ है।

53. व्यंजक $a^2 + bc \times d$ में पदों की संख्या ________ है।

54. $4a$ और $4b$ वाले वर्गों के क्षेत्रफलों का योग _______ है।

55. बहुपद के गुणनखंडन की सार्व गुणनखंड विधि ___________ गुण पर आधारित है।

56. भुजा $9y^2$ वाले वर्ग का क्षेत्रफल __________ है।

57. सरल करने पर, $\frac{3x+3}{3} =$ _________ है।

58. $2x + 4y$ का गुणनखंडन __________ है।

प्रश्न 59 से 80 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य –

59. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ है।

60. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ है।

61. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ है।

62. दो ऋणात्मक पदों का गुणनफल एक ऋणात्मक पद होता है।

63. एक ऋणात्मक पद और एक घनात्मक पद का गुणनफल एक ऋणात्मक पद होता है।

64. पद $-6x^2y^2$ का गुणांक -6 है।

65. $p^2q + q^2r + r^2q$ एक द्विपद है।

66. $a^2 - 2ab + b^2$ के गुणनखंड $(a + b)$ और $(a + b)$ हैं।

67. $2\pi (h + r)$ का एक गुणनखंड h है।

68. $\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$ के गुणनखंड $\frac{1}{2}, n$ और $(n+1)$ है।

69. एक समीकरण उसके चरों के सभी मानों के लिए सत्य होती है।

70. $x^2 + (a + b)x + ab = (a + b) (x + ab)$ है।

71. $11pq^2$, $121p^2q^3$ और $1331p^2q$ का सार्व गुणनखंड $11p^2q^2$ है।

72. $12a^2b^2 + 4ab^2 - 32$ के पदों में सार्व गुणनखंड 4 है।

73. $-3a^2 + 3ab + 3ac$ का गुणनखंडन $3a (-a - b - c)$ है।

74. $p^2 + 30p + 216$ का गुणनखंडित रूप $(p + 18) (p - 12)$ है।

75. दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योग के बराबर होता है।

76. $abc + bca + cab$ एक एकपदी है।

77. $\frac{p}{3}$ को $\frac{3}{p}$ से भाग देने पर भागफल 9 है।

78. $51^2 - 49^2 = 100p$ के लिए, p का मान 2 है।

79. $(9x - 51) \div 9 = x - 51$ है।

80. $(a + 1) (a - 1) (a^2 + 1)$ का मान $a^4 - 1$ है।

81. **जोड़िए** -

(i) $7a^2bc$, $-3abc^2$ और $3a^2bc$, $2abc^2$

(ii) $9ax$, $+ 3by - cz$ और $-5by + ax + 3cz$

(iii) $xy^2z^2 + 3x^2y^2z - 4x^2yz^2$ और $-9x^2y^2z + 3xy^2z^2 + x^2yz^2$

12/04/18

(iv) $5x^2 - 3xy + 4y^2 - 9$ और $7y^2 + 5xy - 2x^2 + 13$

(v) $2p^4 - 3p^3 + p^2 - 5p + 7$ और $-3p^4 - 7p^3 - 3p^2 - p - 12$

(vi) $3a(a - b + c)$ और $2b(a - b + c)$

(vii) $3a(2b + 5c)$ और $3c(2a + 2b)$

82. घटाइए –

(i) $5a^2b^2c^2$ में से $-7a^2b^2c^2$

(ii) $6x^2 - 4xy + 5y^2$ में से $8y^2 + 6xy - 3x^2$

(iii) $2ab^2c^2 + 4a^2b^2c - 5a^2bc^2$ में से $-10a^2b^2c + 4ab^2c^2 + 2a^2bc^2$

(iv) $3t^4 - 4t^3 + 2t^2 - 6t + 6$ में से $-4t^4 + 8t^3 - 4t^2 - 2t + 11$

(v) $2ab + 5bc - 7ac$ में से $5ab - 2bc - 2ac + 10abc$

(vi) $7p(3q + 7p)$ में से $8p(2p - 7q)$

(vii) $-3p^2 + 3pq + 3px$ में से $3p(-p - a - r)$

83. निम्न को गुणा कीजिए –

(i) $-7pq^2r^3, -13p^3q^2r$

(ii) $3x^2y^2z^2,\ 17xyz$

(iii) $15xy^2,\ 17yz^2$

(iv) $-5a^2bc,\ 11ab,\ 13abc^2$

(v) $-3x^2y, (5y - xy)$

(vi) $abc, (bc + ca)$

(vii) $7pqr, (p - q + r)$

(viii) $x^2y^2z^2, (xy - yz + zx)$

(ix) $(p + 6), (q - 7)$

(x) $6mn, 0mn$

(xi) $a,\ a^5,\ a^6$

(xii) $-7st, -1, -13st^2$

(xiii) b^3, $3b^2$, $7ab^5$

(xiv) $-\frac{100}{9}rs; \frac{3}{4}r^3s^2$

(xv) $(a^2 - b^2)$, $(a^2 + b^2)$

(xvi) $(ab + c)$, $(ab + c)$

(xvii) $(pq - 2r)$, $(pq - 2r)$

(xviii) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y\right), \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y\right)$

(xix) $\frac{3}{2}p^2 + \frac{2}{3}q^2$, $(2p^2 - 3q^2)$

(xx) $(x^2 - 5x + 6)$, $(2x + 7)$

(xxi) $(3x^2 + 4x - 8)$, $(2x^2 - 4x + 3)$

(xxii) $(2x - 2y - 3)$, $(x + y + 5)$

84. सरल कीजिए -

(i) $(3x + 2y)^2 + (3x - 2y)^2$

(ii) $(3x + 2y)^2 - (3x - 2y)^2$

(iii) $\left(\frac{7}{9}a + \frac{9}{7}b\right)^2 - ab$

(iv) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y\right)^2 + 2xy$

(v) $(1.5p + 1.2q)^2 - (1.5p - 1.2q)^2$

(vi) $(2.5m + 1.5q)^2 + (2.5m - 1.5q)^2$

(vii) $(x^2 - 4) \times (x^2 + 4) + 16$

(viii) $(ab - c)^2 + 2abc$

(ix) $(a - b)(a^2 + b^2 + ab) - (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$

(x) $(b^2 - 49)(b + 7) + 343$

(xi) $(4.5a + 1.5b)^2 + (4.5b + 1.5a)^2$

(xii) $(pq - qr)^2 + 4pq^2r$

(xiii) $(s^2t + tq^2)^2 - (2stq)^2$

85. उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न को प्रसारित कीजिए –

(i) $(xy + yz)^2$

(ii) $(x^2y - xy^2)^2$

(iii) $\left(\frac{4}{5}a+\frac{5}{4}b\right)^2$

(iv) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2$

(v) $\left(\frac{4}{5}p+\frac{5}{3}q\right)^2$

(vi) $(x + 3)(x + 7)$

(vii) $(2x + 9)(2x - 7)$

(viii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

(ix) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{2a}{3}\right)\left(\frac{2x}{3}+\frac{2a}{3}\right)$

(x) $(2x - 5y)(2x - 5y)$

(xi) $\left(\frac{2a}{3}+\frac{b}{3}\right)\left(\frac{2a}{3}-\frac{b}{3}\right)$

(xii) $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$

(xiii) $(a^2 + b^2)^2$

(xiv) $(7x + 5)^2$

(xv) $(0.9p - 0.5q)^2$

(xvi) $(36a^2 - 4ab^2)^2$

86. उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न के मान निकालिए –

(i) $(52)^2$ (ii) $(49)^2$

(iii) $(103)^2$ (iv) $(98)^2$

(v) $(1005)^2$ (vi) $(995)^2$

(vii) 47×53 (viii) 52×53

(ix) 105×95 (x) 104×97

(xi) 101×103 (xii) 98×103

(xiii) $(9.9)^2$
(xiv) 9.8×10.2
(xv) 10.1×10.2
(xvi) $(35.4)^2 - (14.6)^2$
(xvii) $(69.3)^2 - (30.7)^2$
(xviii) $(9.7)^2 - (0.3)^2$
(xix) $(132)^2 - (68)^2$
(xx) $(339)^2 - (161)^2$
(xxi) $(729)^2 - (271)^2$

87. निम्न पदों में महत्तम (सबसे बड़ा) सार्व गुणनखंड ज्ञात कीजिए -

(i) $-18a^2, 108a$

(ii) $3x^2y, 18xy^2, -6xy$

(iii) $2xy, -y^2, 2x^2y$

(iv) $l^2m^2n, lm^2n^2, l^2mn^2$

(v) $21pqr, -7p^2q^2r^2, 49p^2qr$

(vi) $qrxy, pryz, rxyz$

(vii) $3x^3y^2z, -6xy^3z^2, 12x^2yz^3$

(viii) $63p^2a^2r^2s, -9pq^2r^2s^2, 15p^2qr^2s^2, -60p^2a^2rs^2$

(ix) $13x^2y, 169xy$

(x) $11x^2, 12y^2$

88. निम्न व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए -

(i) $6ab + 12bc$

(ii) $-xy - ay$

(iii) $ax^3 - bx^2 + cx$

(iv) $l^2m^2n - lm^2n^2 - l^2mn^2$

(v) $3pqr - 6p^2q^2r^2 - 15r^2$

(vi) $x^3y^2 + x^2y^3 - xy^4 + xy$

(vii) $4xy^2 - 10x^2y + 16x^2y^2 + 2xy$

(viii) $2a^3 - 3a^2b + 5ab^2 - ab$

(ix) $63p^2q^2r^2s - 9pq^2r^2s^2 + 15p^2qr^2s^2 - 60p^2q^2rs^2$

(x) $24x^2yz^3 - 6xy^3z^2 + 15x^2y^2z - 5xyz$

(xi) $a^3 + a^2 + a + 1$

(xii) $lx + my + mx + ly$

(xiii) $a^3x - x^4 + a^2x^2 - ax^3$

(xiv) $2x^2 - 2y + 4xy - x$

(xv) $y^2 + 8zx - 2xy - 4yz$

(xvi) $ax^2y - bxyz - ax^2z + bxy^2$

(xvii) $a^2b + a^2c + ab + ac + b^2c + c^2b$

(xviii) $2ax^2 + 4axy + 3bx^2 + 2ay^2 + 6bxy + 3by^2$

89. सर्वसमिका $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ का प्रयोग करते हुए, निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 + 6x + 9$

(ii) $x^2 + 12x + 36$

(iii) $x^2 + 14x + 49$

(iv) $x^2 + 2x + 1$

(v) $4x^2 + 4x + 1$

(vi) $a^2x^2 + 2ax + 1$

(vii) $a^2x^2 + 2abx + b^2$

(viii) $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$

(ix) $4x^2 + 12x + 9$

(x) $16x^2 + 40x + 25$

(xi) $9x^2 + 24x + 16$

(xii) $9x^2 + 30x + 25$

(xiii) $2x^3 + 24x^2 + 72x$

(xiv) $a^2x^3 + 2abx^2 + b^2x$

(xv) $4x^4 + 12x^3 + 9x^2$

(xvi) $\frac{x^2}{4} + 2x + 4$

(xvii) $9x^2 + 2xy + \frac{y^2}{9}$

90. सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ का प्रयोग करते हुए निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 - 8x + 16$

(ii) $x^2 - 10x + 25$

(iii) $y^2 - 14y + 49$

(iv) $p^2 - 2p + 1$

(v) $4a^2 - 4ab + b^2$

(vi) $p^2y^2 - 2py + 1$

(vii) $a^2y^2 - 2aby + b^2$

(viii) $9x^2 - 12x + 4$

(ix) $4y^2 - 12y + 9$

(x) $\frac{x^2}{4} - 2x + 4$

(xi) $a^2y^3 - 2aby^2 + b^2y$ (xii) $9y^2 - 4xy + \frac{4x^2}{9}$

91. निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 + 15x + 26$ (ii) $x^2 + 9x + 20$

(iii) $x^2 + 18x + 65$ (iv) $p^2 + 14p + 13$

(v) $y^2 + 4y - 21$ (vi) $y^2 - 2y - 15$

(vii) $18 + 11x + x^2$ (viii) $x^2 - 10x + 21$

(ix) $x^2 - 17x + 60$ (x) $x^2 + 4x - 77$

(xi) $y^2 + 7y + 12$ (xii) $p^2 - 13p - 30$

(xiii) $a^2 - 16a - 80$

92. सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ का प्रयोग करते हुए, निम्न के गुणनखंड कीजिए–

(i) $x^2 - 9$ (ii) $4x^2 - 25y^2$

(iii) $4x^2 - 49y^2$ (iv) $3a^2b^3 - 27a^4b$

(v) $28ay^2 - 175ax^2$ (vi) $9x^2 - 1$

(vii) $25ax^2 - 25a$ (viii) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25}$

(ix) $\frac{2p^2}{25} - 32q^2$ (x) $49x^2 - 36y^2$

(xi) $y^3 - \frac{y}{9}$ (xii) $\frac{x^2}{25} - 625$

(xiii) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{18}$ (xiv) $\frac{4x^2}{9} - \frac{9y^2}{16}$

(xv) $\frac{x^3y}{9} - \frac{xy^3}{16}$ (xvi) $1331x^3y - 11y^3x$

(xvii) $\frac{1}{36}a^2b^2 - \frac{16}{49}b^2c^2$ (xviii) $a^4 - (a - b)^4$

(xix) $x^4 - 1$ (xx) $y^4 - 625$

(xxi) $p^5 - 16p$ (xxii) $16x^4 - 81$

(xxiii) $x^4 - y^4$

(xxiv) $y^4 - 81$

(xxv) $16x^4 - 625y^4$

(xxvi) $(a - b)^2 - (b - c)^2$

(xxvii) $(x + y)^4 - (x - y)^4$

(xxviii) $x^4 - y^4 + x^2 - y^2$

(xxix) $8a^3 - 2a$

(xxx) $x^2 - \frac{y^2}{100}$

(xxxi) $9x^2 - (3y + z)^2$

93. **निम्न व्यंजक कुछ आयतों के क्षेत्रफल हैं। इन आयतों की संभव लंबाइयाँ और चौड़ाइयाँ ज्ञात कीजिए –**

(i) $x^2 - 6x + 8$

(ii) $x^2 - 3x + 2$

(iii) $x^2 - 7x + 10$

(iv) $x^2 + 19x - 20$

(v) $x^2 + 9x + 20$

94. **निम्न विभाजन कीजिए –**

(i) $51x^3y^2z \div 17xyz$

(ii) $76x^3yz^3 \div 19x^2y^2$

(iii) $17ab^2c^3 \div (-abc^2)$

(iv) $-121p^3q^3r^3 \div (-11xy^2z^3)$

95. **निम्न विभाजन कीजिए –**

(i) $(3pqr - 6p^2q^2r^2) \div 3pq$

(ii) $(ax^3 - bx^2 + cx) \div (-dx)$

(iii) $(x^3y^3 + x^2y^3 - xy^4 + xy) \div xy$

(iv) $(-qrxy + pryz - rxyz) \div (-xyz)$

96. **व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए तथा दर्शाए अनुसार विभाजन कीजिए –**

(i) $(x^2 - 22x + 117) \div (x - 13)$

(ii) $(x^3 + x^2 - 132x) \div x(x - 11)$

(iii) $(2x^3 - 12x^2 + 16x) \div (x - 2)(x - 4)$

(iv) $(9x^2 - 4) \div (3x + 2)$

(v) $(3x^2 - 48) \div (x - 4)$

(vi) $(x^4 - 16) \div x^3 + 2x^2 + 4x + 8$

(vii) $(3x^4 - 1875) \div (3x^2 - 75)$

97. एक वर्ग का क्षेत्रफल $4x^2 + 12xy + 9y^2$ है। इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

98. एक वर्ग का क्षेत्रफल $9x^2 + 24xy + 16y^2$ है। इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

99. एक आयत का क्षेत्रफल $x^2 + 7x + 12$ है। यदि इसकी चौड़ाई $(x + 3)$ है, तो उसकी लंबाई ज्ञात कीजिए।

100. एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $2\pi (y^2 - 7y + 12)$ है और इसकी त्रिज्या $(y - 3)$ है। तब, बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (बेलन का C.S.A. = $2\pi rh$)

101. एक वृत्त का क्षेत्रफल व्यंजक $\pi x^2 + 6\pi x + 9\pi$ से दिया जाता है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

102. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग व्यंजक $\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$ से प्राप्त होता है। इस व्यंजक के गुणनखंड कीजिए।

103. $(x + 5)$ प्रेक्षणों का योग $x^4 - 625$ है। इन प्रेक्षणों का माध्य ज्ञात कीजिए।

104. एक त्रिभुज की ऊँचाई $x^4 + y^4$ है तथा आधार $14xy$ है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

105. एक चॉकलेट का मूल्य ₹ $(x + 4)$ है तथा रोहित ने $(x + 4)$ चॉकलेट खरीदीं। x के पदों में उसके द्वारा भुगतान की गयी कुल धनराशि ज्ञात कीजिए। यदि $x = 10$ है, तो उसके द्वारा दी गयी कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।

106. एक समांतर चतुर्भुज का आधार $(2x + 3)$ इकाई है तथा संगत ऊँचाई $(2x - 3)$ इकाई है। x के पदों में, इस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि $x = 30$ इकाई है, तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या है?

107. एक वृत्त की त्रिज्या $7ab - 7bc - 14ac$ है। उस वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ का प्रयोग कीजिए।

108. यदि $p + q = 12$ और $pq = 22$ है, तो $p^2 + q^2$ ज्ञात कीजिए।

109. यदि $a + b = 25$ और $a^2 + b^2 = 225$ है, तो ab ज्ञात कीजिए।

110. यदि $x - y = 13$ और $xy = 28$ है, तो $x^2 + y^2$ ज्ञात कीजिए।

111. यदि $m - n = 16$ और $m^2 + n^2 = 400$ है, तो mn ज्ञात कीजिए।

112. यदि $a^2 + b^2 = 74$ और $ab = 35$ है, तो $a + b$ ज्ञात कीजिए।

113. **निम्नांकित प्रश्नों का सत्यापन कीजिए –**

(i) $(ab + bc)(ab - bc) + (bc + ca)(bc - ca) + (ca + ab)(ca - ab) = 0$

(ii) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

(iii) $(p - q)(p^2 + pq + q^2) = p^3 - q^3$

(iv) $(m + n)(m^2 - mn + n^2) = m^3 + n^3$

(v) $(a + b)(a + b)(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(vi) $(a - b)(a - b)(a - b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(vii) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) + (b^2 - c^2)(b^2 + c^2) + (c^2 - a^2)) + (c^2 + a^2) = 0$

(viii) $(5x + 8)^2 - 160x = (5x - 8)^2$

(ix) $(7p - 13q)^2 + 364pq = (7p + 13q)^2$

(x) $\left(\frac{3p}{7}+\frac{7}{6p}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}p+\frac{7}{6p}\right)^2 = 2$

114. a का मान ज्ञात कीजिए, यदि

(i) $8a = 35^2 - 27^2$

(ii) $9a = 76^2 - 67^2$

(iii) $pqa = (3p + q)^2 - (3p - q)^2$

(iv) $pq^2a = (4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2$

115. $4c(-a + b + c)$ में क्या जोड़ें कि $3a(a + b + c) - 2b(a - b + c)$ प्राप्त हो?

116. $b(b^2 + b - 7) + 5$ को $3b^2 - 8$ में से घटाइए तथा $b = -3$ के लिए इस प्राप्त व्यंजक का मान ज्ञात कीजिए।

117. यदि $x - \frac{1}{x} = 7$ है, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

118. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 3x - \frac{3}{x}$ के गुणनखंड कीजिए।

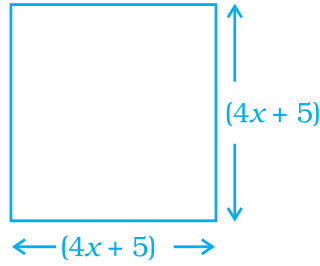
119. $p^4 + q^4 + p^2q^2$ के गुणनखंड कीजिए।

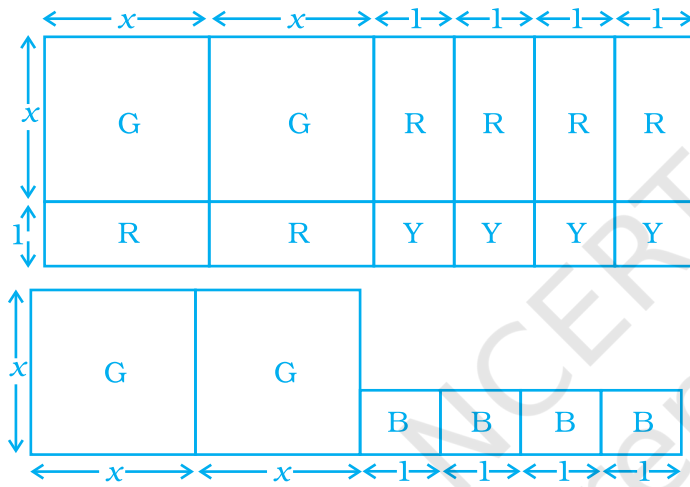
120. मान ज्ञात कीजिए –

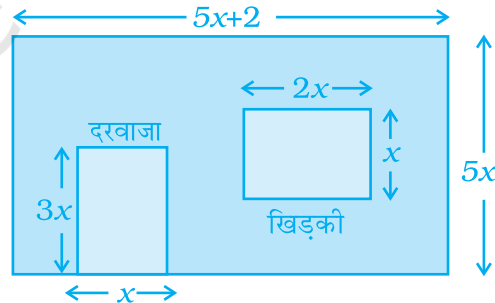
(i) $\frac{6.25 \times 6.25 - 1.75 \times 1.75}{4.5}$

(ii) $\frac{198 \times 198 - 102 \times 102}{96}$

121. दो व्यंजकों का गुणनफल $x^5 + x^3 + x$ है। यदि इनमें से एक $x^2 + x + 1$ है, तो दूसरा व्यंजक ज्ञात कीजिए।

122. यदि वर्ग का क्षेत्रफल 625 वर्ग इकाई है, तो इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए। इसके बाद x का मान ज्ञात कीजिए।

123. नीचे दिए चित्र में कार्डों को उपयुक्त संख्या में लीजिए जिनमें [G($x \times x$)] जो x^2 निरूपित करता है, R ($x \times 1$) जो x निरूपित करता है तथा Y (1×1) जो 1] निरूपित करता है। इन कार्डों को आयतों के रूप में व्यवस्थित करके निम्न व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए –

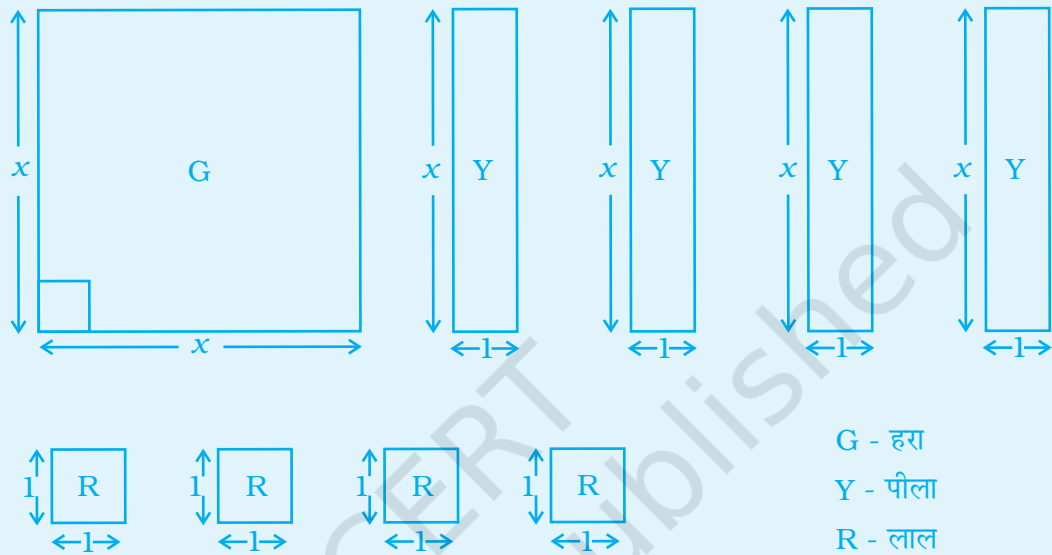
(i) $2x^2 + 6x + 4$ (ii) $x^2 + 4x + 4$

उपरोक्त आकृति का क्षेत्रफल परिकलित कीजिए।

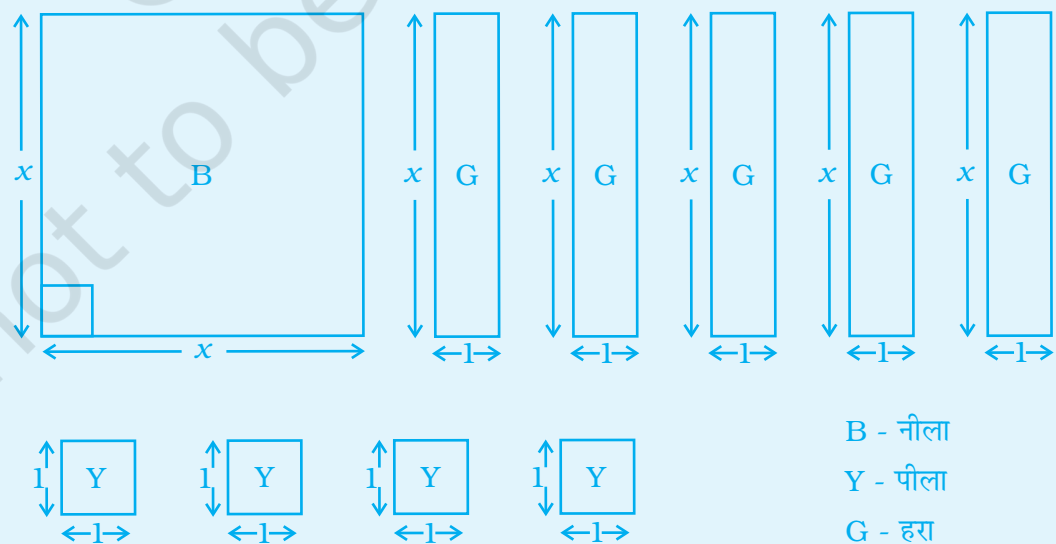
124. दाईं तरफ दी हुई आकृति किसी कमरे की दीवार की विमाएँ दर्शाती हैं जिसमें एक खिड़की और दरवाज़ा है। इस पर पेंट किये जाने वाले भाग के क्षेत्रफल के लिए एक बीजीय व्यंजक लिखिए।

125. निम्न में, स्तंभ I के व्यंजकों को स्तंभ II के व्यंजकों से सुमेलित कीजिए –

स्तंभ I	**स्तंभ II**
(1) $(21x + 13y)^2$	(a) $441x^2 - 169y^2$
(2) $(21x - 13y)^2$	(b) $441x^2 + 169y^2 + 546\,xy$
(3) $(21x - 13y)\,(21x + 13y)$	(c) $441x^2 + 169y^2 - 546xy$
	(d) $441x^2 - 169y^2 + 546xy$

(D) अनुप्रयोग

1. बीजीय टाइलें

(i) किसी आलेख कागज़ की शीट में से निम्न टाइलों को काट लीजिए। अब इन टाइलों को दर्शाए गए चित्र के अनुसार रंग लीजिए। इन टाइलों को व्यवस्थित करके एक वर्ग बनाइए।

इस प्रकार बने वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। साथ ही इस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। उपरोक्त परिणाम का प्रयोग करते हुए, $x^2 + 4x + 4$ के गुणनखंड कीजिए।

(ii)

इस प्रकार बने आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए। साथ ही इस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस परिणाम का प्रयोग करते हुए $x^2 + 5x + 4$ के गुणनखंड कीजिए।

अब आलेख कागज़ की शीट से और अधिक बीजीय टाइलों को काटिए। अपना रंग कोड स्वयं चुनिए और टाइलों में रंग भरिए। इन्हें व्यवस्थित करके वर्ग/आयत बनाइए। बनी हुई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इनका प्रयोग करके निम्न के गुणनखंड कीजिए –

a) $x^2 + 4x + 3$

b) $x^2 + 9x + 18$

(iii) एक वर्गाकार बगीचा बनाइए। इसको ऐसी आयताकार क्यारियों में विभाजित कीजिए कि प्रत्येक क्यारी की एक भुजा वर्ग की भुजा के बराबर हो। प्रत्येक क्यारी का परिमाप 40 m है।

(a) इस सूचना को निरूपित करने के लिए एक चित्र खींचिए।

(b) संपूर्ण बगीचे के परिमाप के लिए एक व्यंजक लिखिए।

2. क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए और फिर दिये खानों को भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिये गए हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों वाली संख्याएँ संगत खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में संगत खानों में भरिए।

डाउन

1. A polynomial with two terms.
1. दो पदों का एक बहुपद।
2. An expression containing one or more terms with non-zero coefficient (with variables having non-negative exponents).
2. एक या अधिक पदों वाला व्यंजक जिसके चरों में केवल ऋणेतर पूर्णांकीय घातांक हों।
3. To find the value of a mathematical expression.
3. एक गणितीय व्यंजक का मान निकालना।
4. A _________ is formed by the product of variables and constants.
4. चरों और अचरों के गुणनफल से एक _________ बनता है।

5. The abbreviation of the greatest no. (or expression) that in a factor of two or more numbers.

5. दो या अधिक संख्याओं (व्यंजकों) में सबसे बड़े सार्व गुणनखंड का संक्षिप्त रूप।

6. A polynomial with three terms.

6. तीन पदों वाला बहुपद।

एक्रॉस

7. A polynomial with only one term.

7. केवल एक पद वाला बहुपद।

8. An expression of the second degree.

8. घात 2 का एक व्यंजक।

9. Terms can be written as product of its ________.

9. पदों को उसके ________ के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है।

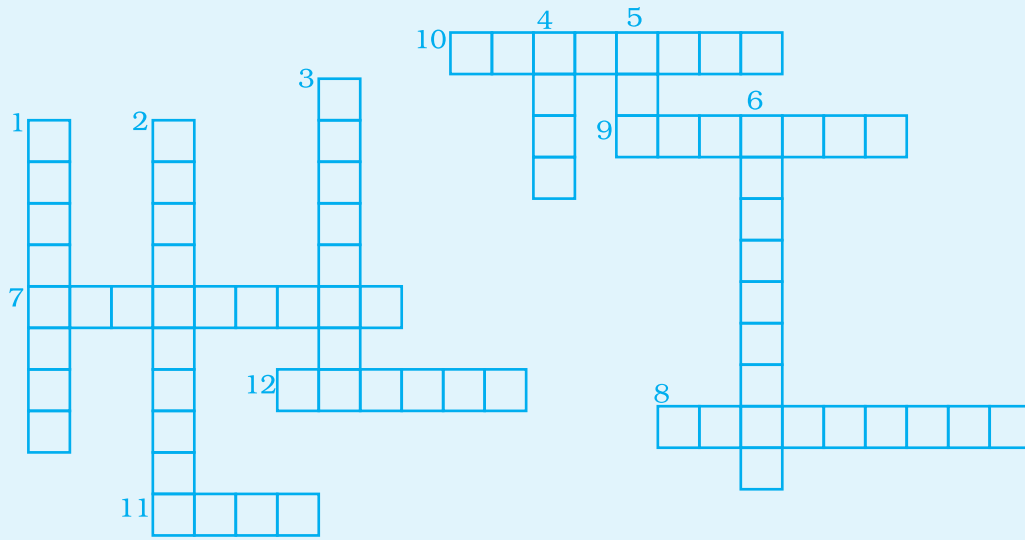
10. The numbers .... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 .... are known as _______.

10. संख्याएँ .... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 .... _________कहलाती हैं।

11. _________ terms are formed from the some variables and the powers of this variables are the same term.

11. _________ पद समान चरों से बनते हैं तथा इनमें चरों की घातें भी समान होती हैं।

12. The highest power of a polynomial is called the ________ of the polynomial.

12. किसी बहुपद के सभी पदों में संबद्ध चरों की सबसे बड़ी घात उस बहुपद की ________ कहलाती है।

हल

1. Binomial
2. Polynomial
3. Evaluate
4. Term
5. GCF
6. Trinomial
7. Monomial
8. Quadratic
9. Factors
10. Integers
11. Like
12. Degree